

II Simpósio de Pesquisa do Ecosistema Ânima:  
**Juntos pelo Conhecimento: um novo saber cria um novo amanhã**

**EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS EM  
ESTRUTURAS BIFURCADAS APLICANDO O MÉTODO DO DESIGN  
CONSTRUTAL**

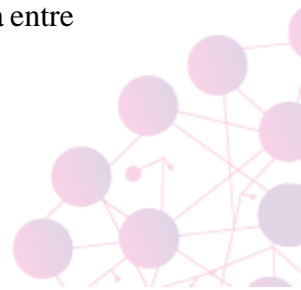
Natã Douglas Couto Perfeito<sup>1</sup>; Dr. Vinicius da Rosa Pepe<sup>2</sup> (orientador)

**RESUMO:**

Sistemas complexos de escoamento em forma de árvore, geralmente são constituídos de tubos dimensionalmente distintos e estão amplamente presentes no nosso cotidiano. Desta forma o objetivo de comparar estruturas de tubos bifurcados obtidos pelo método Design Construtal com estruturas obtidas pela lei de Hess-Murray, visa responder, se é possível prever desvios na lei de Hess-Murray? O problema básico é a minimização da queda de pressão em estruturas com diferentes relações geométricas. O modelo matemático para calcular cada configuração é realizado com o escoamento de Hagen-Poiseuille. A minimização da queda de pressão, é submetida à restrição geométrica da área plana ocupada. Os resultados demonstram que as melhores configurações obtidas tendem com aquelas obtidas pela lei de Hess-Murray, bem como a lei Construtal.

**INTRODUÇÃO:**

Estruturas de escoamento em forma de árvore são objeto de estudo de diversas investigações, seja por uma aplicação na área de engenharia, medicina ou biologia (BEJAN, 2000). Visto a importância da compreensão dos efeitos e comportamentos que ocorrem nos sistemas naturais, estes muitas vezes são as fontes de inspiração para a predição das características dos sistemas artificiais (MIGUEL; ROCHA, 2018). Para um sistema de transporte de fluidos, a melhor configuração, que conecta um ponto-a-volume ou vice-versa, é a que possui a forma de árvore, usualmente a razão ótima entre



as dimensões dos tubos, grande (pai) e pequeno (filho), é a incógnita a ser determinada (BEJAN, 2000; MIGUEL; ROCHA, 2018).

Para uma estrutura bifurcada, onde ocorre um escoamento de Hagen-Poiseuille através dos tubos, Hess (1917) e Murray (1926), afirmaram que a vazão volumétrica deve ser proporcional ao cubo do diâmetro para os dutos otimizados atingirem o trabalho mínimo para conduzir e manter o escoamento de fluido. Através do princípio do trabalho mínimo deriva-se a lei de Hess-Murray, por outro lado, está também pode ser obtida a à luz da lei Construtal (BEJAN et al., 2000; PEPE et al., 2017; MIGUEL; ROCHA, 2018; PEPE et al., 2022). A lei Construtal fundamenta-se no pensamento que os sistemas onde ocorre escoamento têm um propósito (o objetivo final é persistir) e são livres para se transformar ao longo do tempo (evoluir) sob restrições globais (BEJAN, 2000; MIGUEL; ROCHA, 2018).

Normalmente as relações de projeto obtidas são baseadas tanto no princípio do trabalho mínimo como na lei Construtal (BEJAN et al., 2000; PEPE et al., 2017; MIGUEL; ROCHA, 2018; PEPE et al., 2022). Estudos com abordagens analíticas, ou numéricas unidimensional ou bidimensional, são as mais simples a serem desenvolvidas, porém esses estudos envolvem consideráveis suposições e simplificações para a obtenção de uma solução conforme o que é exposto por Pepe et al., (2017).

Desta forma, o atual trabalho tem como propósito investigar as diferenças entre o modelo analítico e o modelo computacional, para um sistema onde ocorre o escoamento interno em uma estrutura bifurcada com paredes impermeáveis e utilizando fluidos newtonianos. Também se objetiva a identificação dos efeitos dos parâmetros geométricos para a minimização da queda de pressão do escoamento. O desenvolvimento de um modelo CFD (*Computational Fluid Dynamic*), para a solução das equações que governam o problema físico é utilizado para a obtenção resultados que confrontem os modelos mais simplistas, para isto adotou-se uma abordagem numérico computacional em três dimensões (3D).

**PALAVRAS-CHAVE:**

Design Construtal, Hess-Murray, Bifurcação.



## MÉTODO:

Na aplicação do método do *Design Construtal* se faz necessário a definição das restrições e graus de liberdade que permitem a evolução do sistema, para o presente estudo o sistema genérico é representado através da figura 1. Define-se a constante geométrica global como sendo a área plana ocupada pelos tubos igual a 0,009143 m<sup>2</sup>, que é fixa para todos os casos estudados. Os graus de liberdade do sistema são definidos pela razão entre os diâmetros ( $a_D$ ) e pela razão de comprimentos ( $a_L$ ), ângulo de bifurcação ( $\beta$ ) e razão de volumes ( $\phi$ ).

$$A_{planar} = 2 L_0 L_1 \sin \beta + 2 L_1^2 \cos \beta \sin \beta \quad (1)$$

$$a_D = D_1/D_0 \quad (2)$$

$$a_L = L_1/L_0 \quad (3)$$

$$\phi = V_{tubos}/V_{ocupado} \quad (4)$$

As dimensões do tubo de entrada estão associadas ao modelo da árvore respiratória onde  $D_0 = 0,018$  m e  $L_0 = 0,120$  m, o ângulo  $\beta = 75^\circ$  está associado ao princípio do trabalho mínimo conforme Murray (1926a).

No modelo analítico ideal, é realizado um estudo paramétrico para determinar a queda de pressão, dotando o escoamento de Hagen-Poiseuille, com  $\rho = 1,225$  kg/m<sup>3</sup> e  $\mu = 0.0000179$  Pa.s e fator de atrito para o regime laminar conforme o modelo de Darcy-Weisbach,  $f = 64 / Re_D$ .

$$\Delta P = f (L_i/D_i) (\rho u^2/2) \quad (5)$$

$$Re_D = \rho u D_0 / \mu \quad (6)$$

Entretanto no modelo numérico a queda de pressão é calculada através da coleta das pressões nas superfícies de entrada e saída de fluido do modelo, ou seja

$$\Delta P = P_{0,0} - [(P_{1,1} + P_{1,2})/2] \quad (7)$$



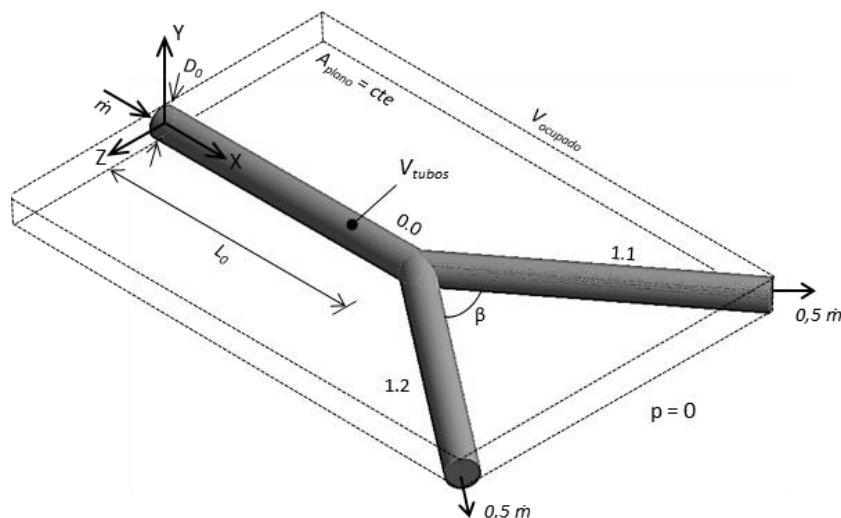


Fig.1 – Esquema da estrutura dicotomicamente ramificada

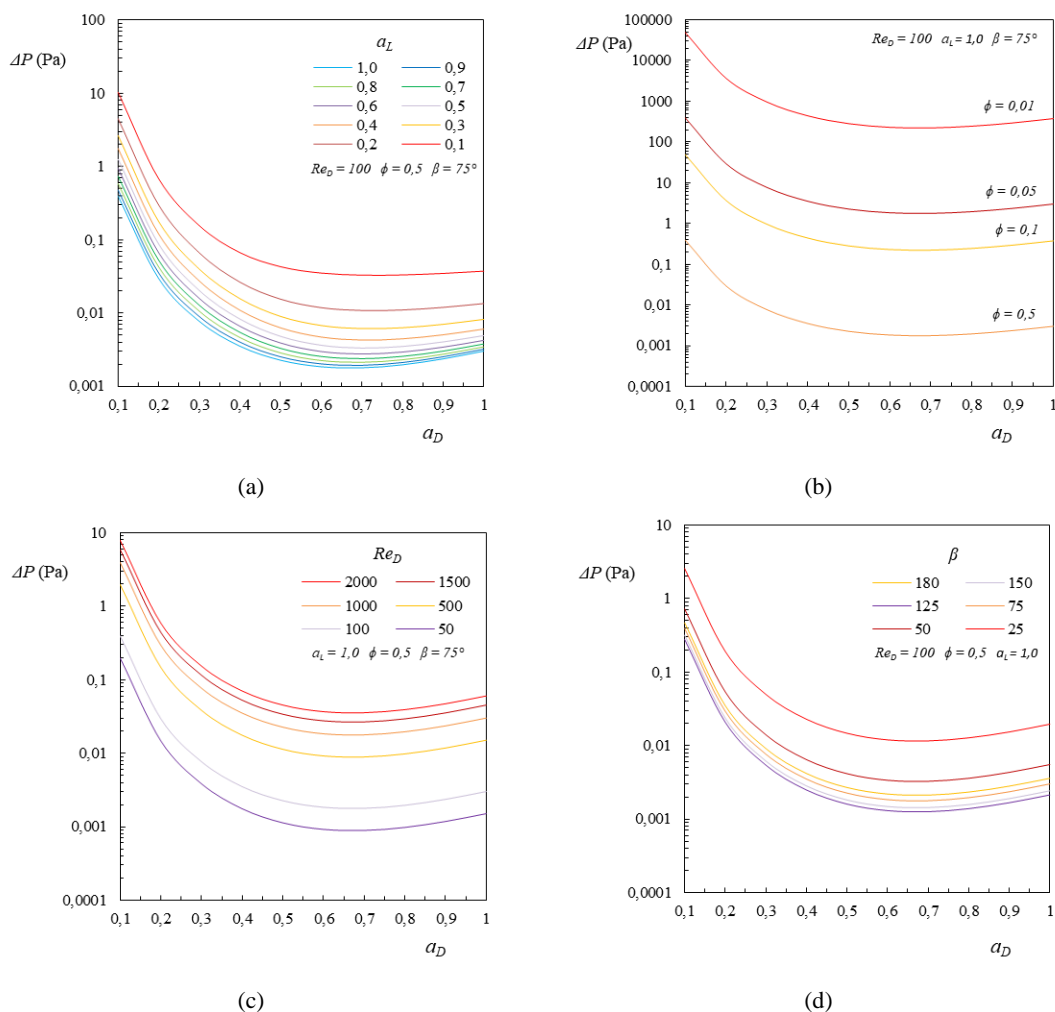
## RESULTADOS E DISCUSSÕES:

Os efeitos dos parâmetros geométricos sobre os resultados da queda de pressão, calculados através do modelo analítico, podem ser observados na figura 2. Identifica-se de forma global que a queda de pressão mínima se encontra no intervalo  $0,7 \leq a_D \leq 0,8$ , ou seja, tende a concordar com a lei de Hess-Murray onde  $a_D = 2^{-1/3}$ . Quanto ao ângulo de bifurcação,  $\beta = 125^\circ$  apresentou a menor queda de pressão, este resultado diverge da lei de Hess-Murray onde  $\beta = 75^\circ$ . Pode-se atribuir esta divergência as simplificações do modelo analíticos sobre os modelos numéricos complexos ou sobre os sistemas reais, sendo assim, destaca-se que as perdas localizadas não estão contempladas no modelo analítico.

Em média o erro relativo entre modelo analítico e o modelo numérico é de 25,52% para  $\phi = 0,5$  e 3,17% para  $\phi = 0,05$ , assim pode-se presumir que as perdas localizadas nas estruturas mais esbeltas são menos significativas que nas estruturas menos esbeltas. Corroborando com este pensamento os campos de velocidade e pressão estática foram obtidos através da solução numérica utilizando técnicas de dinâmica dos fluidos computacional (CFD), destaca-se que nestes resultados as perdas localizadas estão contempladas.

Em média o erro relativo entre modelo analítico e o modelo numérico é de 25,52% para  $\phi = 0,5$  e 3,17% para  $\phi = 0,05$ , assim pode-se presumir que as perdas localizadas nas estruturas mais esbeltas são menos significativas que nas estruturas menos

esbeltas. Corroborando com este pensamento os campos de velocidade e pressão estática foram obtidos através da solução numérica utilizando técnicas de dinâmica dos fluidos computacional (CFD), destaca-se que nestes resultados as perdas localizadas estão contempladas.



**Fig.2 - Queda de pressão (eq. 5) em função da razão e diâmetros (eq. 2): (a) da razão de comprimentos (eq. 3), (b) da razão volumes (eq. 4), (c) do número de Reynolds (eq. 6) e (d) ângulo de bifurcação**

Nas figuras 3 e 4, é possível observar qualitativamente que, conforme ocorre a redução de volumes a estrutura se torna mais esbelta, ocorre o incremento da pressão máxima na entrada do modelo, esta mesma tendência é verificada com incremento do número de Reynolds, bem como a redução da razão de diâmetros e da razão de comprimentos.



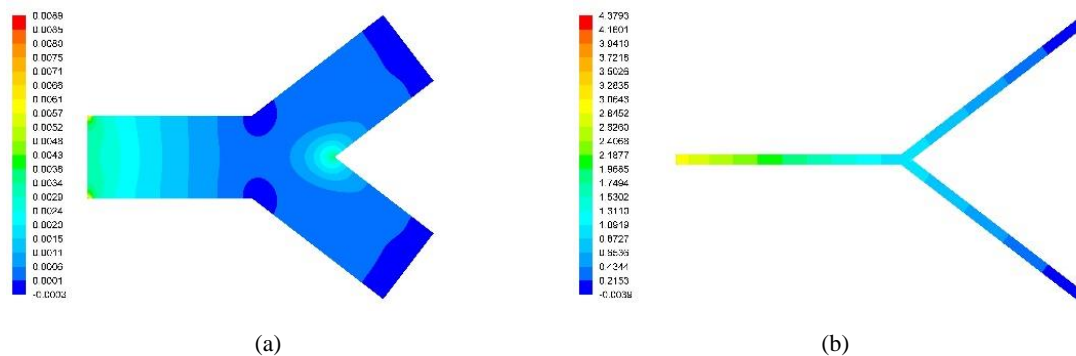


Fig.3 - Campo de pressão estática,  $a_D = 1,0$ ,  $a_L = 1,0$  e  $Re_D = 10^2$ : (a)  $\phi = 0,5$  e (b)  $\phi = 0,05$

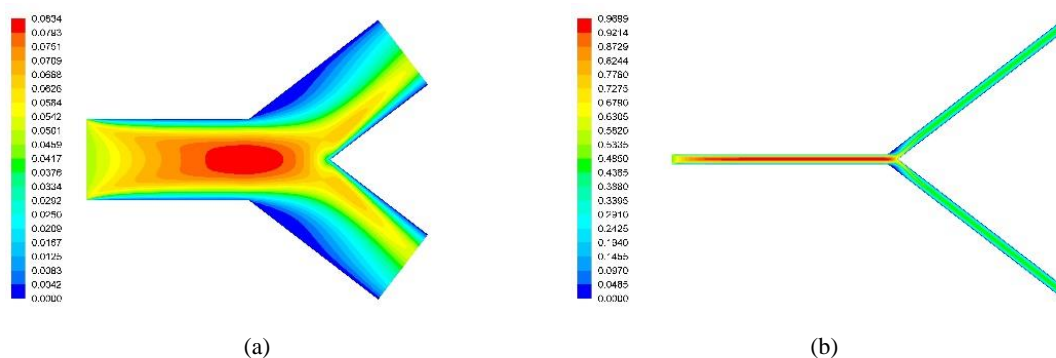


Fig.4 - Campo de velocidades,  $a_D = 1,0$ ,  $a_L = 1,0$  e  $Re_D = 10^2$ : (a)  $\phi = 0,5$  e (b)  $\phi = 0,05$

### CONCLUSÕES:

A Lei de Hess-Murray é uma proposta para explicar a melhor maneira de conectar tubos bifurcados. Ele determina a proporção ideal entre os diâmetros dos tubos bifurcadores. No projeto da rede ramificada, quando se segue as premissas do mínimo trabalho a estrutura ótima obedecerá a lei da raiz cúbica de 2. Desta forma os resultados expressam que, dada a liberdade de modificação estrutural do sistema de transporte, ou seja, permitindo a alteração em seus graus de liberdade; melhorará o desempenho geral do sistema de transporte de fluidos. Isso corrobora o pensamento Construtal, "a liberdade é boa para o *design*". Conseqüentemente, todas as melhores configurações provaram ser aquelas que melhor transportam o fluido entre um ponto-a-volume ou vice-versa. Ambas as observações estão de acordo com a Teoria Construtal.

### REFERÊNCIAS:



BEJAN, A. Shape and Structure, From Engineering to Nature. Cambridge University Press. (2000).

BEJAN, A., LORENTE, S. Design with Constructal Theory. New Jersey, NJ: Wiley. (2008).

BEJAN, A., ROCHA, L. A. O., LORENTE, S. Thermodynamic optimization of geometry: T and Y-shaped constructs of fluid streams. Int. J. Therm. Sci, v. 39, 949-960 (2000).

HESS, W. R. Über die periphere Regulierung der Blutzirkulation. Pflger's Archiv für die gesamte Physiologie des Menschen und der Tiere, v. 168, 439-490. (1917).

MIGUEL, A. F., ROCHA, L.A.O. Tree-shaped flow networks fundamentals, in Tree-Shaped Fluid Flow and Heat Transfer. New York, NY: Springer. (2018).

MURRAY, C. D. The physiological principle of minimum work. I. The vascular system and the cost of blood volume. Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A., 12, 207-214 (1926).

MURRAY, C. D. The physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries. J. Gen. Physiol. v. 9, 835-841, (1926)

PEPE, V. R., ROCHA, L. A. O., MIGUEL, A. F. Optimal branching structure of fluidic networks with permeable walls, BioMed Research International, v. 2017, 1-12, (2017).

PEPE, V. R., MIGUEL, A. F., ZINANI, F. S. F., ROCHA, L. A. O. New insights into creeping fluid flow through dendritic networks: A constructal view. International Communications in Heat and Mass Transfer . v. 139, 1-12, (2022).

## **FOMENTO**

Este trabalho teve a concessão de bolsa através do Programa Ânima de Iniciação Científica – PROCIÊNCIA, edital 2022/2

